СИБИРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПОТРЕБИТЕЛЬСКОЙ КООПЕРАЦИИ

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

Программа, методические указания и задания
контрольной и самостоятельной работы
студентов заочной формы обучения специальностей
080502.65 *Экономика и управление на предприятии*
(торговли и общественного питания),
080105.65 *Финансы и кредит,*
260501.65 *Технология продуктов общественного питания*

Новосибирск 2009

Кафедра статистики и экономического прогнозирования

Экономико-математические методы : программа, методические указания и задания контрольной и самостоятельной работы студентов заочной формы обучения специальностей 080502.65 *Экономика и управление на предприятии (торговли и общественного питания)*, 080105.65 *Финансы и кредит*, 260501.65 *Технология продуктов общественного питания* / [сост. д-р экон. наук, проф. Н. В. Шаланов]. – Новосибирск : СибУПК, 2009. – 44 с.

Рецензент Храмцова Т. Г., д-р экон. наук, профессор

Программа, методические указания и задания контрольной и самостоятельной работы рекомендованы к изданию кафедрой статистики и экономического прогнозирования, протокол от 9 апреля 2008 г. № 10.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Дисциплина «Экономико-математические методы» актуальна особенно в настоящее время, поскольку экономико-математические методы необходимы в исследовании социально-экономических процессов и явлений.

Дисциплина содержит ряд существенных математических моделей экономических ситуаций. Несмотря на идеализированность, они являются хорошей основой для понимания более реалистичных и соответственно более сложных моделей, имеющих практическое значение. По существу дисциплина представляет собой введение в математическую экономику, роль которой в управлении хозяйственной деятельностью возрастает.

Изучение дисциплины «Экономико-математические методы» основано на использовании знаний, полученных студентами в ходе освоения других дисциплин – «Экономика», «Статистика», «Информатика».

В результате изучения названной дисциплины студент должен:

– ***знать*** основные математические модели и методы, применяемые в исследовании деятельности торговых организаций;

– ***уметь*** производить расчеты профессионально ориентированных задач на основе изучаемых методов;

– ***иметь представление*** об основных понятиях и принципах экономико-математического моделирования.

Задача данного пособия – оказание помощи студентам в изучении основных понятий и принципов экономико-математического моделирования, а также приобретении навыков расчета профессионально ориентированных задач на основе изучаемых методов.

В межсессионный период студенты заочной формы обучения специальностей 080502.65 *Экономика и управление на предприятии (торговли и общественного питания)*, 080105.65 *Финансы и кредит*, 260501.65 *Технология продуктов общественного питания* выполняют контрольную работу по дисциплине «Экономико-математические методы».

Основная цель контрольной работы – закрепление знаний по названной дисциплине и приобретение навыков количественного анализа.

2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Объём дисциплины и виды учебной работы по срокам обучения (ч)

Специальности
080502.65 Экономика и управление на предприятии (торговли и общественного питания),
080105.65 Финансы и кредит,
260501.65 Технология продуктов общественного питания

Вид занятия	Срок обучения по специальности					
	080502.65		080105.65		260501.65	
	5,5 лет (3 курс)	3,5 года (3 курс)	5,5 лет (3 курс)	3,5 года (2 курс)	5,5 лет (4 курс)	3,5 года (2 курс)
Аудиторные Занятия. В т. ч.:	12	10	12	10	12	10
лекции	6	6	6	6	6	6
лабораторные	6	4	6	4	6	4
Самостоятельная работа	56	58	78	80	98	100
Общая трудоемкость	68	68	90	90	110	110
Контрольная работа	+	+	+	+	+	+

Вид итогового контроля	Зачёт	Зачёт	Зачёт	Зачёт	Зачёт	Зачёт

2.2. Тематический план

Специальность 080502.65
Экономика и управление на предприятии
(торговли и общественного питания)

Тема дисциплины	Срок обучения							
	5,5 лет				3,5 года			
	всего	в том числе			всего	в том числе		
		лекции	лабораторные	самостоятельная работа		лекции	лабораторные	самостоятельная работа
1. Общие принципы экономико-математического моделирования	10	-	-	10	10	-	-	10
2. Производственные функции	10	2	2	6	10	2	2	6
3. Функции покупательского спроса	10	-	-	10	10	-	-	10
4. Межотраслевой баланс	10	2	2	6	10	2	-	8
5. Системы массового обслуживания	8	-	-	8	8	-	-	8
6. Модели управления запасами	8	-	-	8	8	-	-	8
7. Модели теории игр	8	2	2	4	8	2	2	4

8. Эконометрические модели	4	-	-	4	4	-	-	4
Всего	68	6	6	56	68	6	4	58

Специальность 080105.65
Финансы и кредит

Тема дисциплины	Срок обучения							
	5,5 лет				3,5 года			
	всего	в том числе			всего	в том числе		
		лекции	лабораторные	самостоятельная работа		лекции	лабораторные	самостоятельная работа
1. Общие принципы экономико-математического моделирования	12	-	-	12	12	-	-	12
2. Производственные функции	14	2	2	10	14	2	2	10
3. Функции покупательского спроса	14	-	-	14	14	-	-	14
4. Межотраслевой баланс	12	2	2	8	12	2	2	8
5. Системы массового обслуживания	10	-	-	10	10	-	-	10
6. Модели управления запасами	10	-	-	10	10	-	-	10
7. Модели теории игр	10	2	2	6	10	2	-	8

8. Эконометрические модели	8	-	-	8	8	-	-	8
Всего	90	6	6	78	90	6	4	80

Специальность 260501.65
Технология продуктов общественного питания

Тема дисциплины	Срок обучения							
	5,5 лет				3,5 года			
	всего	в том числе			всего	в том числе		
		лекции	лабораторные	самостоятельная работа		лекции	лабораторные	самостоятельная работа
1. Общие принципы экономико-математического моделирования	14	-	-	14	14	-	-	14
2. Производственные функции	14	2	2	10	14	2	2	10
3. Функции покупательского спроса	14	-	-	14	14	-	-	14
4. Межотраслевой баланс	14	2	2	10	14	2	2	10
5. Системы массового обслуживания	14	-	-	14	14	-	-	14
6. Модели управления запасами	14	-	-	14	14	-	-	14

7. Модели теории игр	14	2	2	10	14	2	-	12
8. Эконометрические модели	14	-	-	14	14	-	-	10
Всего	110	6	6	98	110	6	4	100

2.3. Темы и их краткое содержание

Тема 1. Общие принципы экономико-математического моделирования

Понятие и типы систем. Моделирование как принцип научного познания. Сущность моделирования экономических процессов. Модель: понятие, классификация. Основные типы экономико-математических моделей и методов, используемых в управлении объектами социальной сферы. Совершенствование управления торговлей на основе применения экономико-математических методов.

Тема 2. Производственные функции

Общий подход к построению производственной функции. Определение эффективности использования производственных ресурсов. Возможность замещения ресурсов. Экономическая область. Построение производственной функции типа Кобба-Дугласа.

Тема 3. Функции покупательского спроса

Общие принципы построения функции покупательского спроса. Эластичность спроса в зависимости от дохода. Прямые и перекрестные коэффициенты эластичности в зависимости от цены. Классификация товаров по коэффициентам эластичности. Построение гипотетичной функции покупательского спроса степенного вида.

Тема 4. Межотраслевой баланс

Валовая, промежуточная, конечная продукции. Математическая модель межотраслевого баланса. Коэффициенты прямых и полных затрат. Определение объемов конечной продукции по известным объемам валовой и обратная задача.

Тема 5. Системы массового обслуживания

Основные понятия теории массового обслуживания. Поток требований, его характеристики. Время обслуживания. Показатели эффективности обслуживающих систем: длина очереди, время ожидания, вероятность отказа, занятость каналов обслуживания. Имитация работы двухканальной системы с очередью.

Тема 6. Модели управления запасами

Затраты на складские операции. Определение объема заказа при минимизации затрат на складские операции. Целесообразность и нецелесообразность аренды дополнительных складских емкостей. Вычисление объема заказа без учета емкостей склада и при ограничении складских емкостей.

Тема 7. Модели теории игр

Общий подход к моделям теории игр. Позиция крайнего пессимизма. Позиция крайнего оптимизма. Позиция пессимизма – оптимизма.

Тема 8. Эконометрические модели

Выборочные методы. Оценка среднего значения признака генеральной совокупности. Корреляционные методы. Функциональная зависимость.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задания контрольной работы для студентов заочной формы обучения составлены в соответствие с программой дисциплины «Экономико-математические методы».

Чтобы достигнуть высокого качества выполнения контрольной работы, рекомендуется приступить к изучению теоретического материала и написанию работы в начале межсессионного периода и сдать её на проверку до начала экзаменационной сессии.

Контрольная работа выполняется в тетради с пронумерованными страницами и полями, оставленными для замечаний рецензента. В конце контрольной работы необходимо привести список использованной литературы, поставить подпись, дату.

Выполненная работа направляется на проверку и рецензирование. При положительной рецензии студента допускают к собеседованию, в ходе которого проверяют его знания. В случае отрицательной рецензии контрольную возвращают студенту для доработки. При повторном представлении работы на проверку прилагается и первоначальный её вариант с рецензией.

Собеседование по контрольной работе проводится в первые дни экзаменационной сессии в свободное или предусмотренное расписанием время. Студент может приходить на собеседование к преподавателю в течение всего межсессионного периода, по мере готовности контрольной работы.

Консультации по выполнению контрольных заданий проводятся по расписанию в конце экзаменационной сессии за предшествующий курс, а также в межсессионный период на кафедре статистики и экономического прогнозирования (ауд. 30, УК 4).

Контрольная работа, выполненная по неправильно выбранному варианту, не рецензируется, и студент не допускается к собеседованию. Студенты, имеющие академическую задолженность по данной дисциплине за прошедшие годы, выполняют задание по варианту текущего года.

Все вопросы по заданиям контрольной работы студенты могут направлять на кафедру статистики и экономического прогнозирования по адресу: 630087, г. Новосибирск – 87, пр. К. Маркса, 26, ауд. 30, УК 4. Телефон кафедры 346-54-31.

Контрольная работа включает 8 заданий. Для выполнения каждого задания необходимо самостоятельно по двум последним цифрам шифра личного дела (зачетной книжки) выбрать значение $\boldsymbol{\delta}$.

Таблица определения значения δ

Из таблицы видно, что номеру зачетной книжки (шифру), например, 07–25 соответствует число $\delta = 584$, а номеру 07–43 – число $\delta = 540$, и т. д.

Предпоследняя цифра шифра	Последняя цифра шифра									
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0		535	551	591	521	548	552	516	553	517
1	592	502	578	505	571	541	561	534	547	562
2	533	549	532	591	501	584	504	567	577	509
3	515	560	514	570	550	522	572	546	527	559
4	542	531	579	540	526	583	503	585	537	576

5	589	520	565	582	510	566	596	568	593	523
6	525	588	506	545	554	530	598	508	558	518
7	597	529	599	536	594	544	518	528	575	557
8	513	573	555	586	507	563	580	538	587	519
9	564	539	512	569	524	574	511	556	595	543

Методические указания к решению задач

Предложенные задачи относятся к следующим типам моделей:
задание 1 – производственные функции;
задание 2 – функции покупательского спроса;
задание 3 – межотраслевой баланс;
задание 4 – системы массового обслуживания;
задание 5 – модели управления запасами;
задание 6 – модели теории игр;
задание 7 – выборочные методы;
задание 8 – корреляционные методы.

Производственные функции

Пусть для производства некоторого продукта в количестве $\boldsymbol{y}$ единиц используются различные ресурсы: $x_1, x_2, ..., x_n$, выраженные в соответствующих единицах. Если принята закономерность получения продукта y из ресурсов $\vec{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$, т.е. если в явном виде выражена зависимость $y = f(\vec{x})$, то такая функция $f(\vec{x})$ называется производственной.

Пусть зафиксировано некоторое число y_0. Множество в n-мерном пространстве, определяемое равенством

$$Q_{y_0} = \left\{ \vec{x} : f(\vec{x}) = y_0 \right\},$$

называется изоквантой функции $f(\vec{x})$ уровня y_0.

Из самого определения изокванты следует, что если $\vec{x} \in Q_{y_0}$, $\vec{x}^* \in Q_{y_0}$, то ресурсы $\vec{x}$ и $\vec{x}^*$ обеспечивают производство одного и того же количества продукта y_0, т. е. являются в этом смысле взаимозаменяемыми. Для организаторов производства знание изокванты позволяет недостаток одних ресурсов компенсировать увеличением других.

Рассмотрим один из возможных случаев использования производственных функций для экономического анализа. Предположим, что производственная функция для райпо имеет вид:

$$f(x_1, x_2) = 10\sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_2} \ ,$$

где f – товарооборот, млн руб.;

x_1 – производственная площадь, тыс. м^2;

x_2 – численность работников, сотни чел.

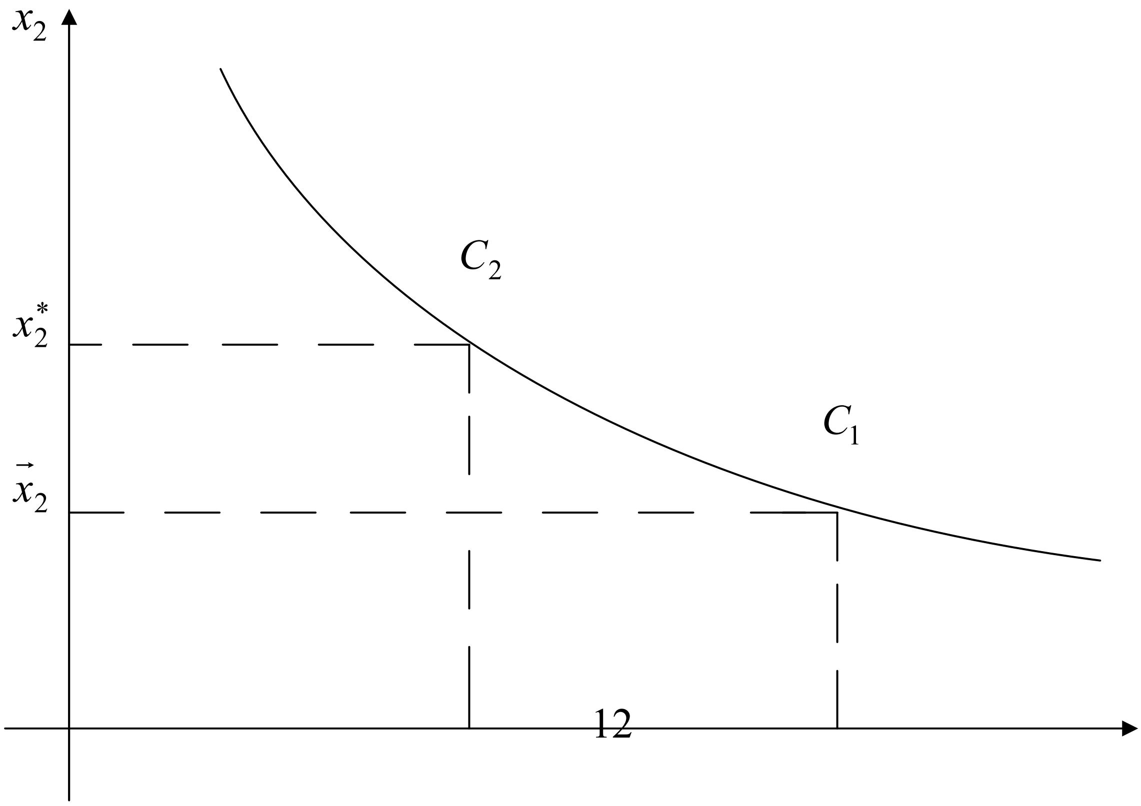
Рассмотрим изокванту уровня $y_0 = 20$ млн руб. Из определения изокванты следует:

$$Q_{20} = \{(x_1, x_2) : 10\sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_2} = 20\},$$

т.е. уравнение изокванты имеет вид

$$x_1 \cdot x_2 = 4 \, .$$

Нетрудно понять, что на графике с осями координат Ox_1, Ox_2 это множество есть известная кривая-гипербола (рис. 1).



x_1^* $\vec{x}_2$ x_1

Рис. 1. Изокванта

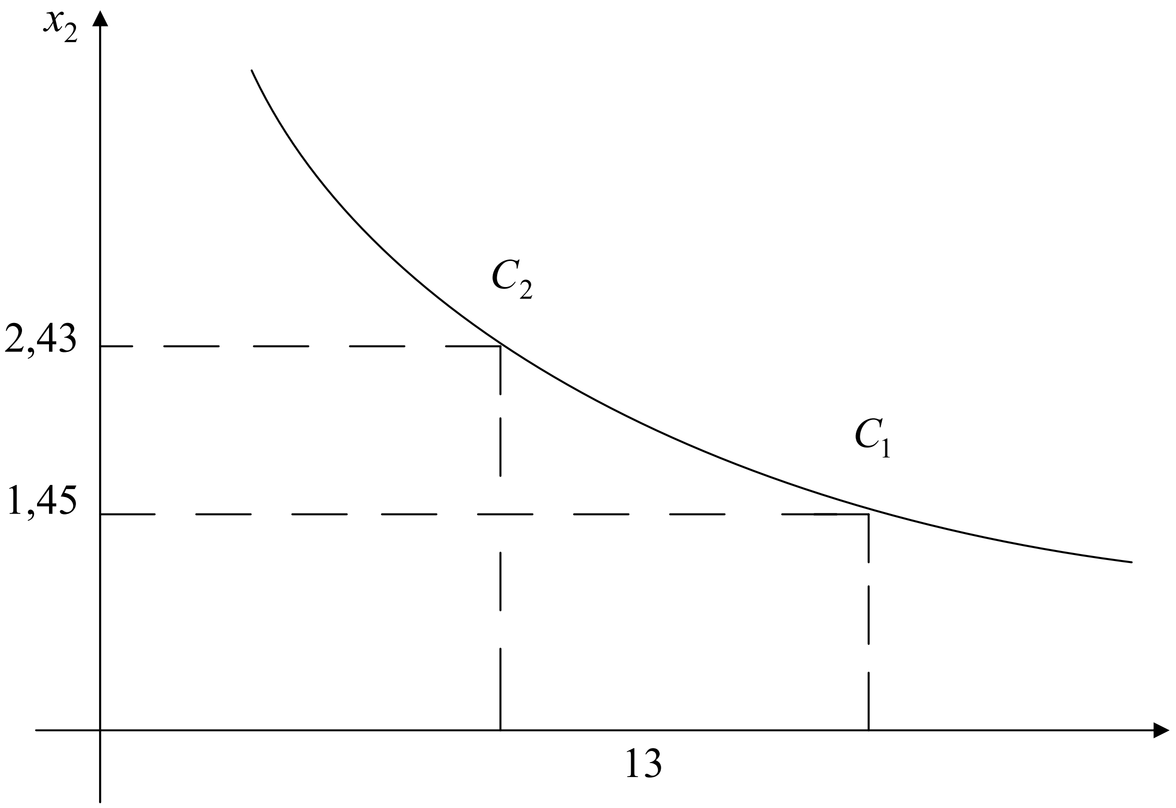
Теперь можно, задавая значение одного из ресурсов, например, $x_1 = \vec{x}_1$, находить соответствующий ему другой $x_2 = \vec{x}_2$ из уравнения изокванты так, чтобы точка $C_1\left(\vec{x}_1,\ \vec{x}_2\right)$ лежала на изокванте (см. рис. 1). Для определенности положим $\vec{x}_1 = 2$ и найдем из уравнения $x_1 \cdot x_2 = 4 : \vec{x}_2 = 2$. Или наоборот, положим $x_2 = x_2^* = 1$ и найдем $x_1^* = 4$, точка $C_2\left(x_1^*,\ x_2^*\right)$ также лежит на изокванте. Отсюда можно сделать вывод о том, что 200 работников райпо, используя 2 тыс. м^2 производственной площади, обеспечат такой же товарооборот, что и 100 человек, использующих 4 тыс. м^2 производственной площади.

Образец решения задачи

Пусть, например, число $\delta = 543$. Тогда уравнение изокванты:

$$10\sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_2} = \sqrt{643}\,,\ \left(\sqrt{100 + 543} = \sqrt{643}\right).$$

Возведя обе части в квадрат и разделив их на 100, получим: $x_1 \cdot x_2 = 6{,}43$. Найдем координаты точки C_1 (рис. 2).



0 2,64 4,43 x_1

Рис. 2. Изокванта

Так как $\vec{x}_1 = \dfrac{(543-100)}{100} = 4{,}43$, то из уравнения изокванты находим $x_2 = \dfrac{6{,}43}{4{,}43} = 1{,}45$. Аналогично находим координаты точки C_2. Так как $x_2^* = \dfrac{(543-300)}{100} = 2{,}43$, то $x_1^* = \dfrac{6{,}43}{2{,}43} = 2{,}64$.

Итак, 145 работников райпо, используя 4,43 тыс. м^2 производственной площади, обеспечат товарооборот $\sqrt{643} \approx 25{,}3$ млн руб., и такой же товарооборот могут обеспечить 243 работника райпо, используя площадь 2,46 тыс. м^2.

Функции покупательского спроса

Обозначим $\vec{y} = (y_1, y_2, ..., y_n)$ – спрос на товары, выраженный в некоторых единицах, и $\vec{p} = (p_1, p_2, ..., p_n)$ – цены на эти товары, т. е. p_i – цена на i-й товар; y_i – спрос на i-й товар. Пусть рассматривается некоторый потребитель, например, типичный представитель определенной социальной группы, и если для него удается $\vec{y}$ выразить через $\vec{p}$, т. е.

$$\vec{y} = \vec{f}(\vec{p}), \tag{1}$$

то $\vec{f}$ называется функцией спроса.

Ввиду того, что $\vec{p}$, $\vec{f}$, $\vec{y}$ – n-мерные векторы, равенство (1) можно представить в координатной записи следующим образом:

$$y_i = f_i(p_1, p_2, ..., p_n),\ \ i = 1, 2, ..., n\,,\ \ f = (f_1, f_2, ..., f_n). \tag{2}$$

Разумеется, в реальной ситуации спрос зависит не только от цен, но от многих других факторов. Поэтому использование введенного понятия весьма ограничено в применении, в частности, для некоторой классификации товаров с позиции определенного потребителя.

Определим эластичность ε_{ij} по формуле

$$\varepsilon_{ij} = \frac{p_j}{f_i\left(\vec{p}\right)} \cdot \frac{\partial f_i\left(\vec{p}\right)}{\partial p_j}. \qquad (3)$$

Величина ε_{ij} является математической идеализацией процентного изменения спроса на i-й товар при увеличении на 1% цены на j-й товар.

Например, $\varepsilon_{23} = 0{,}25$ – это понимается так: если цену на 3-й товар увеличить на 1%, то спрос на 2-й товар увеличится на 0,25%.

Эластичность ε_{ij} при $i = j$ называется прямой, она показывает, на сколько процентов изменится спрос на i-й товар при увеличении на 1% цены на этот же товар. Будем считать, что $\varepsilon_{ii} < 0$, т. е. увеличение цены на i-й товар приводит к снижению спроса на него.

Эластичность ε_{ij} при $i \neq j$ называется перекрестной, она показывает влияние изменения цены одного товара на спрос другого.

Классификация товаров на основе прямой и перекрестной эластичности сводится к следующему:

если $|\varepsilon_{ii}| < 1$, то i-й товар называется малоэластичным;

если $|\varepsilon_{ii}| \approx 1$, то i-й товар называется среднеэластичным;

если $|\varepsilon_{ii}| > 1$, то i-й товар называется высокоэластичным.

Если увеличение цены на j-й товар приводит к уменьшению спроса на i-й и наоборот, то эти товары называются взаимодополняемыми. Математически это соответствует неравенствам: $\varepsilon_{ij} < 0$, $\varepsilon_{ji} < 0$. Типичный пример такой пары товаров: автомобиль и бензин.

Если увеличение цены на j-й товар приводит к увеличению спроса на i-й товар и наоборот, то эти товары называются взаимозаменяемыми. Типичный пример таких товаров: сливочное масло и маргарин. Математически это соответствует неравенствам $\varepsilon_{ij} > 0$, $\varepsilon_{ji} > 0$.

Эластичности удобно записывать в виде таблицы, которая для случая трех товаров имеет вид:

Товар	1-й	2-й	3-й

1-й	ε_{11}	ε_{12}	ε_{13}
2-й	ε_{21}	ε_{22}	ε_{23}
3-й	ε_{31}	ε_{32}	ε_{33}

Образец решения задачи

Пусть δ = 543. Тогда таблица эластичностей принимает вид:

Товар	1-й	2-й	3-й
1-й	–0,67	0,075	0,275
2-й	0,0625	–0,97	–0,225
3-й	0,229	–0,25	–1,37

Так как $|\varepsilon_{11}| = 0{,}67 < 1$, то 1-й товар малоэластичный;

так как $|\varepsilon_{22}| = 0{,}97 \approx 1$, то 2-й товар среднеэластичный;

так как $|\varepsilon_{33}| = 1{,}37 > 1$, то 3-й товар высокоэластичный.

Поскольку $\varepsilon_{12} = 0{,}075 > 0$ и $\varepsilon_{21} = 0{,}0625 > 0$, то 1-й и 2-й товары взаимозаменяемые.

Поскольку $\varepsilon_{13} = 0{,}275 > 0$ и $\varepsilon_{31} = 0{,}229 > 0$, то 1-й и 3-й товары взаимозаменяемые.

Поскольку $\varepsilon_{23} = -0{,}225 < 0$ и $\varepsilon_{32} = -0{,}25 < 0$, то 2-й и 3-й товары взаимодополняемые.

Межотраслевой баланс

Пусть народное хозяйство представлено n отраслями сферы материального производства. Каждая из отраслей производит один агрегированный продукт. Валовой выпуск этих продуктов отраслями обозначим $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Вся продукция x_i отрасли i $(i = 1, 2, \ldots, n)$, делится на промежуточную z_i и конечную y_i. Промежуточную продукцию потребляют в процессе производства сами отрасли. Конечная продукция предназначена для непроизводственного потребления.

На основе отчетных данных о деятельности отраслей за определенный период можно составить межотраслевой баланс. Обозначим x_{ij} – объем продукта i-й отрасли, используемый за отчетный период j-й отраслью. Если представить, как распределяется валовая продукция каждой отрасли по другим отраслям и в сфере потребления, то получится система балансовых уравнений:

$$\begin{cases} x_1 = z_1 + y_1 = x_{11} + x_{12} + \ldots + x_{1n} + y_1 \,, \\ \ldots \\ x_i = z_i + y_{i1} = x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{in} + y_i \,, \\ \ldots \\ x_n = z_n + y_n = x_{n1} + x_{n2} + \ldots + x_{nn} + y_n \,. \end{cases} \tag{4}$$

Преобразуем систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{x_{11}}{x_1} \cdot x_1 + \dfrac{x_{12}}{x_2} \cdot x_2 + \ldots + \dfrac{x_{1n}}{x_n} \cdot x_n + y_1 \,, \\ \ldots \\ x_1 = \dfrac{x_{i1}}{x_1} \cdot x_1 + \dfrac{x_{i2}}{x_2} \cdot x_2 + \ldots + \dfrac{x_{in}}{x_n} \cdot x_n + y_i \,, \\ \ldots \\ x_n = \dfrac{x_{n1}}{x_1} \cdot x_1 + \dfrac{x_{n2}}{x_2} \cdot x_2 + \ldots + \dfrac{x_{nn}}{x_n} \cdot x_n + y_n \,. \end{cases} \tag{5}$$

Отношение $\dfrac{x_{ij}}{x_j} = a_{ij}$ называется коэффициентом прямых затрат, означает объем продукции i-й отрасли, который требуется передать j-й отрасли, чтобы последняя произвела единицу своей валовой продукции.

Учитывая это, система уравнений примет вид:

$$
\begin{cases}
x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n + y_1 , \\
\qquad\qquad \ldots \\
x_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n + y_i , \\
\qquad\qquad \ldots \\
x_n = a_{ni}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n + y_n .
\end{cases}
\tag{6}
$$

Модель межотраслевого баланса может использоваться в планировании деятельности отраслей материального производства. Если технологии производства продуктов не меняются, то коэффициенты прямых затрат остаются неизменными.

Используя систему балансовых уравнений межотраслевого баланса при известном плановом значении конечной продукции y отраслей, можно вычислить плановое производство валовой продукции x этих отраслей.

С этой целью преобразуем систему уравнений (6) и получим:

$$
\begin{cases}
y_1 = (1 - a_{11})x_1 - a_{12}x_2 - \ldots - a_{1n}x_n , \\
\qquad\qquad \ldots \\
y_i = -a_{i1}x_1 - a_{i2}x_2 - \ldots - a_{in}x_n , \\
\qquad\qquad \ldots \\
y_n = -a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \ldots + (1 - a_{nn})x_n .
\end{cases}
\tag{7}
$$

Решив эту систему уравнений, получим плановые объемы валовой продукции отраслей.

Образец решения задачи

$x_{11} = 800 - 543 = 257;$ $\qquad$ $x_{12} = 700 - 543 = 157;$

$x_{21} = 750 - 543 = 207;$ $\qquad$ $x_{22} = 850 - 543 = 307;$

$$x_1 = 257 + 157 + 300 = 714;$$
$$x_2 = 207 + 307 + 220 = 734.$$

а. Вычислим коэффициенты прямых затрат:

$$a_{11} = \frac{x_{11}}{x_1} = \frac{257}{714} = 0{,}359; \qquad a_{12} = \frac{x_{12}}{x_2} = \frac{157}{734} = 0{,}213;$$

$$a_{21} = \frac{x_{21}}{x_1} = \frac{207}{714} = 0{,}289; \qquad a_{22} = \frac{x_{22}}{x_2} = \frac{307}{734} = 0{,}418.$$

б. Вычислим плановый объем валовой продукции отраслей:

$$\begin{cases} (1-0{,}359)x_1 - 0{,}213x_2 = 350, \\ -0{,}289x_1 + (1-0{,}418)x_2 = 250; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}641x_1 - 0{,}213x_2 = 350, \\ -0{,}289x_1 + 0{,}582x_2 = 250. \end{cases}$$

Выразим из первого уравнения x_1:

$$0{,}641x_1 = 350 + 0{,}213x_2;$$

$$x_1 = \frac{350}{0{,}641} + \frac{0{,}213}{0{,}641}x_2;$$

$x_1 = 546{,}021 + 0{,}332x_2$ и подставим во второе уравнение:

$$-0{,}289(546{,}021 + 0{,}332x_2) + 0{,}582x_2 = 250;$$

$$-157{,}8 - 0{,}095x_2 + 0{,}582x_2 = 250;$$

$$0{,}582x_2 - 0{,}095x_2 = 250 + 157{,}8;$$

$$0{,}487x_2 = 407{,}8;$$

$$x_2 = \frac{407{,}8}{0{,}487} = 837{,}371.$$

$$x_1 = 546{,}021 + 0{,}332 \cdot 837{,}371 = 546{,}021 + 278{,}007 = 824{,}028.$$

Таким образом, $x_1^П = 824{,}028$ – плановый объем валовой продукции первой отрасли;

$x_2^П = 837{,}371$ – плановый объем валовой продукции второй отрасли.

Системы массового обслуживания (СМО)

К системам массового обслуживания относятся магазины, рестораны, автозаправочные станции, аэродромы, автоматизированные телефонные станции и многие другие объекты. Общая схема СМО представлена на рис. 3.

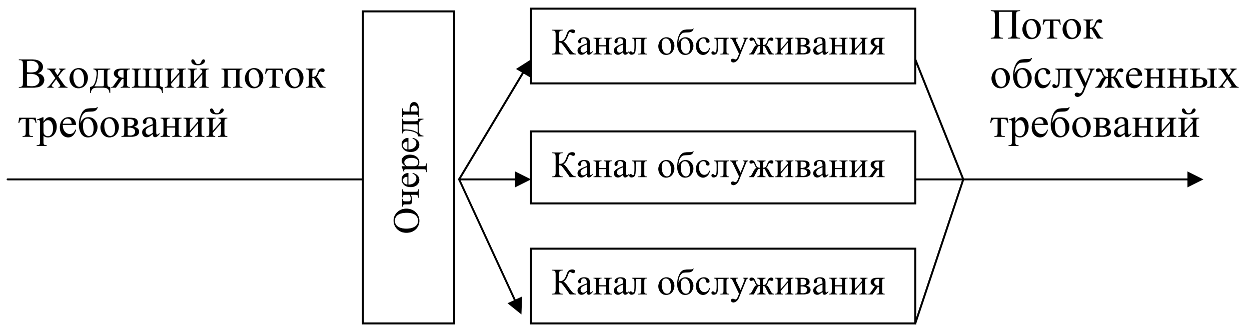


Рис. 3. Система массового обслуживания

Для входящего потока требований предположим, что интервалы между поступлениями соседних требований есть случайная величина X с показательным законом распределения, т. е. ее интегральная функция $F(t)$ имеет вид:

$$F(t) = 1 - \ell^{-\lambda t}, \quad t \geq 0\,.$$

Число λ (треб./ед. времени) называется *интенсивностью входящего потока*, она показывает, сколько в среднем требований поступает в единицу времени.

Будем считать, что очередь не ограничена и требования обслуживаются в порядке поступления.

Для обслуживания примем предположения о том, что все n каналов одинаковы и для каждого из них время обслуживания одного требования есть случайная величина Y, распределенная по показательному закону, т. е. ее интегральная функция имеет вид:

$$F(t) = 1 - \ell^{-\mu t}, \quad t \geq 0\,.$$

Число μ (треб./ед. времени) называется *интенсивностью обслуживания*, она показывает, сколько требований обслуживается в единицу времени.

Обозначим $\alpha = \dfrac{\lambda}{\mu}$ (α – параметр загрузки СМО) и предположим, что выполняется условие стационарности

$$\alpha < n \qquad \text{или} \qquad \lambda < \mu \cdot n. \tag{8}$$

Условие (8) означает, что интенсивность входящего потока меньше, чем суммарная интенсивность обслуживания.

При сформулированных предположениях можно рассчитать некоторые экономические показатели работы СМО – такие, например, как $P_к$ – доля времени работы *K*-каналов, $K = 0,1,\ldots,n$; L – средняя длина очереди и др. Формулы для вычисления $p_0,\ldots,p_n$, L в общем случае довольно громоздкие, поэтому приведем их для случая $n = 2$:

$$p_0 = \frac{2-\alpha}{2+\alpha}; \quad p_1 = \frac{(2-\alpha)\alpha}{2+\alpha}; \quad p_2 = \frac{\alpha^2}{2+\alpha}; \quad L = \frac{\alpha^3}{4-\alpha^2}.$$

Образец решения задачи

Пусть $\delta = 543$. Тогда $\mu = 8{,}43$ треб./мин., а первоначальное значение λ равно 9,43 треб./мин.

$$\alpha = \frac{9{,}43}{8{,}43} = 1{,}118, \quad p_0 = \frac{2-1{,}118}{2+1{,}118} = 0{,}283 \quad (p_0 = 28{,}3\%).$$

$$L_1 \frac{(1{,}118)^3}{4-(1{,}118)} = \frac{1{,}397}{2{,}75} = 0{,}508 \text{ (треб.)}$$

Если интенсивность λ станет равной $\dfrac{700-543}{10} = 15{,}7$ треб./мин., то в силу неравенства $15{,}7 < 2 \cdot 8{,}43$ условие стационарности СМО выполнено, и можно вычислить среднюю длину очереди:

$$\alpha = \frac{15{,}7}{8{,}43} = 1{,}862,$$

$$L_2 \frac{(1{,}862)^3}{4-(1{,}862)} = \frac{6{,}455}{0{,}533} = 12{,}11\,(\text{треб.}),$$

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{12{,}11}{0{,}508} = 23{,}838.$$

Итак, при интенсивности обслуживания $\mu = 8{,}43$ треб./мин. и интенсивности входа $\lambda = 9{,}43$ треб./мин. доля времени простоя касс составляет 28,3% времени, а средняя длина очереди равна 0,508 треб. Если же интенсивность входа станет равной 15,7 треб./мин., то средняя длина очереди увеличится в 23,838 раза.

Модели управления запасами

Эффективность деятельности торговых предприятий существенно зависит от величины товарных запасов. Малый объем запасов будет затруднять деятельность предприятия, приводить к перебоям в работе, чрезмерный запас – к большим издержкам на складские операции. В связи с этим возникает проблема определения оптимального товарного запаса.

Рассмотрим этот вопрос при следующих предположениях:

1) на складе хранятся товары только одной группы;
2) спрос на товары известен и равномерен во времени;
3) поступление товаров происходит в строго заказанное время с постоянной нормой;
4) стоимость складских операций состоит из затрат на заказ партии и хранение запасов;
5) деятельность торгового предприятия графически представлена на рис. 4.

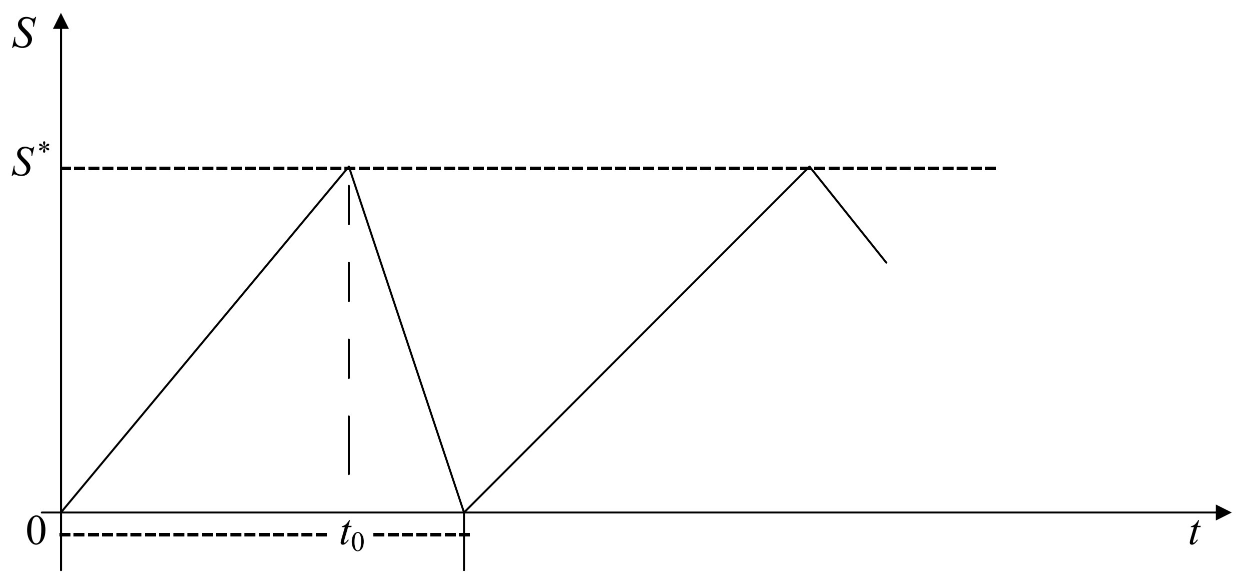


Рис. 4. Накопление и реализация товарных запасов

Поскольку поступление товара превышает спрос на него, то в результате деятельности предприятия будут накапливаться запасы, и в момент t_0 запас товара достигнет максимума S^*. Это наступит тогда, когда последняя порция заказа будет завезена. Затем будет реализовываться возникший запас товара, и к моменту времени T весь объем заказанной партии будет реализован, после чего начнёт поступать новый заказ. Период времени T называется *величиной цикла*.

Вышеперечисленные предположения позволяют сформулировать оптимизационную модель и получить ее аналитическое решение.

В задаче используются следующие обозначения:

C_x – затраты на хранение единицы товара в единицу времени;

$C_з$ – затраты на заказ партии товара;

r – норма спроса;

k – темп поступления заказанного товара;

u – количество товара, размещенного в единице емкости склада.

Задача оптимального управления запасами будет формулироваться следующим образом: определить объем q заказываемой партии товара, при котором достигается минимум затрат на складские операции в единицу времени в предположении, что темп поступления заказанного товара превышает норму спроса на него.

Аналитически это выражается следующей моделью:

$$y = \frac{C_x}{2} \cdot \frac{(k-r)}{k} \cdot q + \frac{C_з}{q} \cdot r \to \min, \qquad (9)$$

из которой максимальный объем заказа q рассчитывается по формуле

$$q = \sqrt{\frac{2rC_з}{C_x\left(1-{r}/{k}\right)}}, \qquad (10)$$

а максимальный запас на складе S^*:

$$S^* = \sqrt{\frac{2rC_з}{C_x}\left(1-{r}/{k}\right)}. \qquad (11)$$

Однако в рассмотренной модели не учитывается ограниченность складских емкостей. Пусть емкость склада Q. Если ${S}/{u} \le Q$, то решение задачи получено. В противном случае необходимо минимизировать выражение (19) при ограничении на емкость склада следующего типа:

$$\left(1-{r}/{k}\right)\cdot {q}/{u}\le Q\,. \qquad (12)$$

При этом получается задача условного экстремума, решая которую, определяем такой объем запаса, при котором формируемый запас можно распределить в имеющихся в наличии складских емкостях. Получаем:

$$q=\frac{Qu}{1-{r}/{k}}\,. \qquad (13)$$

Наряду с этим определяется показатель λ:

$$\lambda=\frac{C_3}{q^2}\cdot\frac{kr}{k-r}\cdot u-\frac{C_x u}{2}\,, \qquad (14)$$

где величина q рассчитана по формуле (13).

Экономически λ интерпретируется как предельная (максимальная) арендная плата за использование дополнительных складских емкостей. Если фактическая арендная плата $\alpha\left(\frac{\text{руб.}}{\text{кг}\cdot\text{сут.}}\right)$ меньше либо равна предельной $\lambda\left(\frac{\text{руб.}}{\text{кг}\cdot\text{сут.}}\right)$, т. е. $\alpha\le\lambda$, то аренда выгодна, и объем заказываемой партии вычисляется по формуле (10). Если же $\alpha>\lambda$, то аренда невыгодна, и тогда объем заказа надо уменьшать, он рассчитывается в этом случае по формуле (13).

Образец решения задачи

$$\alpha=\frac{700-543}{4000}=\frac{157}{4000}=0{,}039\left(\frac{\text{руб.}}{\text{кг}\cdot\text{сут.}}\right),$$

$$\lambda=\frac{543-400}{4000}=\frac{143}{4000}=0{,}035\left(\frac{\text{руб.}}{\text{кг}\cdot\text{сут.}}\right),$$

$$\alpha>\lambda\,.$$

Вывод: фактическая арендная плата больше предельной арендной платы. Следовательно аренда дополнительных складских емкостей невыгодна. Объем заказываемой партии следует сократить до таких пределов, чтобы возникший товарный запас можно было разместить в имеющихся складских емкостях.

Модели теории игр

Рассмотрим проблему уценки неходового товара, имея целью получить возможно большую выручку от реализации. Предположим, что эластичность спроса в зависимости от цены неизвестна, т.е. неясно, как отреагирует рынок на то или иное снижение цены.

Иными словами, нужно принять решение в условиях неопределенности. В этом случае можно использовать методы теории игр. Обозначим: $A_1, A_2, \ldots, A_m$ – стратегии снижения цены на товар на $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ % соответственно. Возьмем достаточно подробный перечень возможных значений эластичности $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$. Если выбрать определенную стратегию A_i и знать эластичность товара ε_j, то, используя еще некоторые известные величины, можно подсчитать выручку от реализации товара a_{ij}. Проделав это для всех A_i и для всех ε_j, получим платежную матрицу:

	ε_1	ε_2	$\ldots$	ε_j	$\ldots$	ε_n
A_1	a_{11}	a_{12}	$\ldots$	a_{1j}	$\ldots$	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	$\ldots$	a_{2j}	$\ldots$	a_{2n}
$\ldots$						
A_i	a_{i1}	a_{i2}	$\ldots$	a_{ij}	$\ldots$	a_{in}
$\ldots$						
A_m	a_{m1}	a_{m2}	$\ldots$	a_{mj}	$\ldots$	a_{mn}

В таблице представлен подробный перечень различных ситуаций. Для принятия решения можно использовать следующие способы (подходы).

Подход с позиции крайнего пессимизма

Будем считать, что при выборе любой стратегии A_i эластичность товара самая неблагоприятная и выручка α_i минимально возможная, т. е.

$$\alpha_i = \min\left(\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \ldots, \alpha_{in}\right).$$

Вычислив все величины α_i $\left(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m\right)$, нужно взять наибольшую из них α,

$$\alpha = \max\left(\alpha_i\right).$$

Та стратегия, которая соответствует числу α, и есть стратегия крайнего пессимизма. Иначе говоря, такая стратегия есть наилучший выбор из плохих ситуаций, и эта стратегия гарантирует, что, как бы ни сложилась действительная ситуация, выручка будет не меньше, чем α .

Подход с позиции крайнего оптимизма

Будем считать, что при выборе любой стратегии A_i эластичность наиболее благоприятная и выручка β_i наибольшая, т. е.

$$\beta_i = \max\left(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m\right).$$

Вычислив все β_i, нужно взять наибольшую из них $\beta = \max\left(\beta_i\right)$.

Та стратегия, которая соответствует величине β , и есть искомая.

Подход с позиции пессимизма-оптимизма

Рассмотрим величину H:

$$H = \max_i\left[\left(1-\lambda\right)\alpha_i + \lambda\beta_i\right],$$

где λ – числовой параметр, $0 \le \lambda \le 1$.

Предлагается выбирать стратегию, соответствующую величине H.

При $\lambda = 0$ $H = \max \alpha_i = \alpha$, и этот подход превращается в подход с позиции крайнего пессимизма.

При $\lambda = 1$ $H = \max \beta_i = \beta$, и этот подход превращается в подход с позиции крайнего оптимизма.

Величина H при изменении λ от 0 до 1 непрерывно изменяется от α до β, и выбор некоторого промежуточного λ соответствует сочетанию пессимизма и оптимизма при выборе стратегии. Возьмем, например, $\lambda = 0{,}5$ и вычислим

$$\gamma_i = \frac{1}{2}\alpha_i + \frac{1}{2}\beta_i,$$

а затем выберем наибольшее $\gamma = \max(\gamma_i)$.

Стратегию, на которой достигается величина γ, будем называть соответствующей подходу с позиции пессимизма-оптимизма.

Образец решения задачи

Для числа $\delta = 543$ таблица приобретает вид:

$A \setminus \varepsilon$	ε_1	ε_2	ε_3
A_1	53	63	77
A_2	67	77	87
A_3	17	27	97

Выберем по каждой строке минимальное из чисел α_i, максимальное β_i, а затем вычислим их полусумму γ_i и получим матрицу:

$A \setminus \varepsilon$	ε_1	ε_2	ε_3	α_i	β_i	γ_i
A_1	53	63	77	53	77	65
A_2	67	77	87	67	87	77
A_3	17	27	97	17	97	57

$\alpha = \max(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (53, 67, 17) = 67$,
$\beta = \max(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = \max(77, 87, 97) = 97$,
$\gamma = \max(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) = \max(65, 77, 57) = 77$.

Так как $\alpha = 67$, и это число находится в строке, соответствующей A_2, то A_2 – стратегия крайнего пессимизма, ожидаемый выигрыш равен 67 единицам. Так как $\beta = 97$, и это число находится в строке, соответствующей A_3, то A_3 – стратегия крайнего оптимизма, ожидаемый выигрыш равен 97 единицам. Так как $\gamma = 77$, и это число находится в строке, соответствующей A_2, то A_2 – стратегия оптимизма-пессимизма, ожидаемый выигрыш равен 77 единицам.

Эконометрические модели. Выборочные методы

Генеральной совокупностью называется множество однородных объектов, изучаемых относительно некоторого количественного признака или группы признаков. Количество объектов в этой совокупности называют объемом генеральной совокупности, при этом предполагается, что признак X имеет значения $x_1, x_2, ..., x_n$ для каждого из n элементов совокупности.

Зачастую изучение всей генеральной совокупности объектов относительно определенного признака по ряду причин обусловлено большими трудностями или же вообще невозможно. Тогда изучение осуществляется на основе выборочной совокупности, которая формируется из генеральной отбором объектов случайным образом. Объем n выборочной совокупности существенно меньше объема N генеральной совокупности.

Одной из основных задач выборочного метода является оценка среднего значения признака для генеральной совокупности по среднему значению признака, рассчитанному для выборочной совокупности $\vec{x}_в$.

Недостатком точечной оценки $\vec{x}_г \approx \vec{x}_в$ является неопределенность ее погрешности, поэтому точечную оценку целесообразно дополнить интервальной:

$$\vec{x}_г \in (\vec{x}_в \pm \Delta), \quad |\vec{x}_г - \vec{x}_в| \le \Delta, \quad \vec{x}_в - \Delta \le \vec{x}_г \le \vec{x}_в + \Delta,$$

где погрешность Δ определяется по выборочному среднеквадратическому отклонению σ, надежности P и объемам выборочной совокупности n, генеральной совокупности N.

$$\Delta = \frac{t_p(n)\sigma_в}{\sqrt{n}}\sqrt{1-\frac{n}{N}},$$

где $\sigma_в$ – среднеквадратическое отклонение выборки;

$t_p(n)$ – функция Стьюдента, возрастающая по p и убывающая по n.

Утверждение, что разница между искомым $\vec{x}_г$ и выборочным $\vec{x}_в$ не превышает Δ, не может быть достоверным, так как в выборку попадает лишь случайная часть генеральной совокупности, поэтому вывод, что $\vec{x}_г$ находится внутри доверительного интервала $\vec{x}_в \pm \Delta$ с центром в наиболее ожидаемом значении $\vec{x}_в$, справедливо лишь с некоторой вероятностью или надежностью P, то есть с риском ошибки $1-P$.

Образец решения задачи

а) $n_1 = 610 - 543 = 67$; $\quad n_2 = 543 - 490 = 53$.

Объемы выборок находятся в соотношении $n_1 > n_2$. Тогда из формулы нахождения погрешности

$$\Delta = \frac{t_p(n)\sigma_b}{\sqrt{n}}\sqrt{1-\frac{n}{N}} \tag{15}$$

следует, что при возрастании объема выборки n значение Δ уменьшается и $\Delta_1 < \Delta_2$, т. е. доверительный интервал, соответствующий объему выборки $n_1 = 67$, будет меньше доверительного интервала, соответствующего объему выборки $n_2 = 53$.

б) $p_1 = \dfrac{800-543}{400} = \dfrac{257}{400} = 0{,}642, \quad p_2 = \dfrac{543-300}{400} = \dfrac{143}{400} = 0{,}357,$

$p_1 > p_2$.

Исходя из формулы (15) следует, что при возрастании надежности P значение Δ увеличивается, так как увеличивается значение функции Стьюдента $t_p(n)$. Следовательно, $\Delta_1 > \Delta_2$, т. е. доверительный интервал, соответствующий надежности $P_1 = 0{,}642$, будет больше доверительного интервала, соответствующего надежности $P_2 = 0{,}357$.

в) $\sigma_1 = \dfrac{700-543}{100} = \dfrac{157}{100} = 1{,}57, \quad \sigma_2 = \dfrac{543-400}{100} = \dfrac{143}{100} = 1{,}43,$

$\sigma_1 > \sigma_2$.

Исходя из формулы (15) следует, что при возрастании среднеквадратического отклонения значение Δ увеличивается. Следовательно, $\Delta_1 > \Delta_2$, т. е. доверительный интервал, соответствующий среднеквадратическому отклонению $\sigma_1 = 1{,}57$, будет больше доверительного интервала, соответствующего среднеквадратическому отклонению $\sigma_2 = 1{,}43$.

Эконометрические модели. Корреляционные методы

Целью корреляционного анализа является выявление причинно-следственных связей между показателями, описывающими изучаемый процесс или явление.

При исследовании того или иного экономического или социального явления необходимо в первую очередь определить систему признаков, которая будет его характеризовать. Эти признаки называют результативными. Наряду с этим определяется система признаков, влияющих на процесс развития явления. Эти признаки называются факторными. И результативные, и факторные признаки являются количественными. Математика изучает законы причинно-следственных связей с помощью функциональной и корреляционной зависимостей. Например, выявление связи между объемом товарооборота и уровнем издержек, численностью работников, торговой площадью и т.д. В этом примере результативным признаком является объем товарооборота, а факторными уровень издержек, численность работников, торговая площадь и др.

Функциональная зависимость – это такая связь между результативными и факторными признаками, когда значение результативного признака-функции полностью определяется значениями факторных признаков. Если на результативный признак влияет один фактор x, то его называют функцией одного аргумента $y(x)$, если факторных признаков много, например $x_1, x_2, ..., x_n$, то получаем функцию многих переменных.

Из большого числа функций одного переменного $y(x)$ для решения экономических задач чаще всего используют линейную функцию $y = a + bx$. Реже используют показательную функцию $y = ab^x$, степенную $y = ax^n$ и другие. Общим для всех функциональных зависимостей является то, что каждому значению факторного признака x соответствует вполне определенное и единственное значение результативного признака y.

Связь между экономическими показателями обычно нельзя считать функциональной, и значения факторных признаков полностью не определяют значения результативного признака. Для таких сложных случаев нефункциональной связи признаков в математике разработаны методы более общих зависимостей – корреляционных, для которых функциональная зависимость является лишь предельным частным случаем.

Корреляционная зависимость – это такая связь между признаками, когда определенным значениям факторных признаков соответствует множество случайных значений результативного признака. Например, зависимость веса человека от роста: множество людей, имеющих одинаковый рост, обладают различным весом.

Для выявления закономерностей и тенденций развития какого-либо экономического или социального явления возникает необходимость замены корреляционной зависимости функциональной. Принцип построения функциональной зависимости на примере линейной заключается в следующем.

Имеется множество значений двух экономических показателей x и y предполагается, что показатель y зависит от показателя x, т. е. по ряду значений одного показателя $x_1, ..., x_n$ и соответствующему ряду значений другого показателя $y_1, ..., y_n$ можно выявить закономерность связи x и y.

Решение этой задачи осуществляется корреляционными методами. Эти методы допускают наглядное геометрическое описание, если аналитические данные (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n) в виде точек нанести на координатную плоскость. Возникает «облако» n точек (рис. 5), которое можно «выровнять» с помощью подходящей прямой, отвечающей уравнению $y = a + bx$.

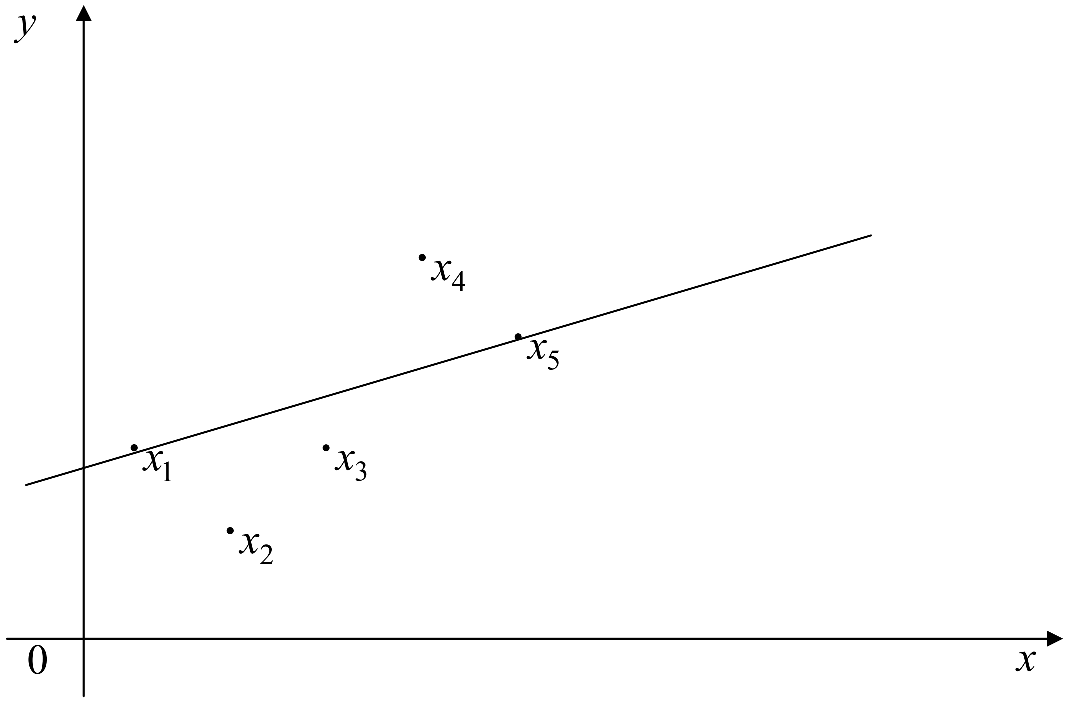


Рис. 5. Линейная корреляционная зависимость

Определить параметры a и b уравнения позволяет метод наименьших квадратов, суть которого заключается в минимизации суммы квадратов отклонений фактических значений результативного признака $(y_ф)$ от теоретических (y_m), аналитически это будет выглядеть так:

$$Ф = \sum_{i=1}^{n} \left[(y_i)_ф - (y_i)_m \right]^2 \to \min.$$

Минимизируя функцию $Ф$, получаем

$$\begin{cases} b = \dfrac{\overrightarrow{xy} - \vec{x} \cdot \vec{y}}{\sigma_x^2}, \\ a = \vec{y} - b\vec{x}. \end{cases}$$

Уравнение $y = a + bx$ называется *уравнением регрессии*. Оно позволяет находить среднее значение результативного признака y при определенном значении факторного признака x. При этом параметр b называется коэффициентом регрессии.

Особое место в анализе взаимосвязей между результативным и факторным признаками занимает выявление тесноты связи между ними, которая характеризуется при линейной корреляционной связи коэффициентом корреляции r. Он рассчитывается по формуле

$$r = b \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y},$$

где σ_x, σ_y – среднеквадратические отклонения факторного x и результативного y признаков.

Если $r = 1$, то все точки (x_i, y_i), расположены на прямой и связь между признаками y и x самая сильная – функциональная. Если $r > 0$, то связь называют прямой, т. е. с возрастанием значения факторного признака возрастает значение результативного. При $r < 0$ – связь обратная, т. е. с возрастанием значения факторного признака значение результативного убывает. Таким образом, знак определяет направление связи (прямая, обратная). При $r = 0$ признаки y и x называют некоррелированными. Степень тесноты связи, характеризуемой коэффициентом корреляции, отражена в таблице:

Величина (r)	0,1–0,3	0,3–0,5	0,5–0,7	0,7–0,9	09,–0,99
Теснота связи	Слабая	Умеренная	Заметная	Высокая	Весьма высокая

Образец решения задачи

Направление и теснота связи между признаками x и y оцениваются на основе коэффициента корреляции, который рассчитывается по формуле

$$r = b \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y}.$$

В данном случае

$$b = (-1)^{543} \cdot \frac{650-543}{300} = -\frac{107}{300} = -0{,}356;$$

$$\sigma_x = \frac{700-543}{100} = \frac{157}{100} = 1{,}57;$$

$$\sigma_y = \frac{543-400}{100} = \frac{143}{100} = 1{,}43;$$

$$r = -0{,}356 \cdot \frac{1{,}57}{1{,}43} = -0{,}356 \cdot 1{,}097 = -0{,}391;$$

$$r = -0{,}391.$$

Коэффициент корреляции показывает, что связь между признаками x и y умеренная и обратная, т. е. при возрастании факторного признака x значение результативного признака y уменьшается.

4. ЗАДАНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задание 1. Производственные функции

1.1. Дайте понятия производственной функции и изокванты. Что означает взаимозаменяемость ресурсов?

1.2. Производственная функция для райпо имеет вид $f(x_1, x_2) = 10\sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_2}$, где f – товарооборот (млн руб.); x_1 – производственная площадь (тыс. м^2); x_2 – численность работников (сотни чел.). Рассмотрите изокванту уровня $y_0 = \sqrt{100+\delta}$ и найдите на ней точку C_1 с координатами $\vec{x}_1$, $\vec{x}_2$, где $\vec{x}_1 = \dfrac{(\delta - 100)}{100}$, и точку C_2 с координатами x_1^*, x_2^*, где $x_2^* = \dfrac{(\delta - 300)}{100}$. Сделайте вывод о возможности замены ресурсов $(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ и (x_1^*, x_2^*). Полученные результаты изобразите графически.

Задание 2. Функция покупательского спроса

2.1. Дайте понятия малоэластичных, среднеэластичных и высокоэластичных товаров. Какие товары называются взаимозаменяемыми?

2.2. Произведите классификацию товаров по следующей таблице эластичностей:

Товар	1-й	2-й	3-й
1-й	$\frac{\delta - 610}{100}$	$\frac{550{,}5 - \delta}{100}$	$\frac{570{,}5 - \delta}{100}$
2-й	$\frac{550{,}5 - \delta}{120}$	$\frac{\delta - 640}{100}$	$\frac{520{,}5 - \delta}{100}$
3-й	$\frac{570{,}5 - \delta}{120}$	$\frac{520{,}5 - \delta}{90}$	$\frac{\delta - 680}{100}$

Задание 3. Межотраслевой баланс

3.1. Дайте определение коэффициентов прямых затрат. Где они могут быть использованы?

3.2. За отчетный период имел место следующий баланс продукции:

$$x_1 = x_{11} + x_{12} + y_1;$$
$$x_2 = x_{21} + x_{22} + y_2;$$

$$x_{11} = 800 - \delta; \qquad x_{12} = 700 - \delta;$$
$$x_{21} = 750 - \delta; \qquad x_{22} = 850 - \delta;$$
$$y_1 = 300; \qquad y_2 = 220;$$

а) вычислите коэффициенты прямых затрат;

б) вычислите плановый объем валовой продукции отраслей при плане выпуска конечной продукции: $y_1^П = 350;$ $y_2^П = 250$ – при условии неизменности технологии производства.

Задание 4. Системы массового обслуживания

4.1. Дайте описание входящего потока требований и каналов обслуживания. Какие экономические показатели характеризуют работу СМО?

4.2. В магазине самообслуживания работают две кассы с интенсивностью $\mu = (\delta + 300)/100$ треб./мин. каждая. Входящий поток требований имеет интенсивность $\lambda = (\delta + 400)/100$ треб./мин. Рассчитайте долю времени простоя касс и среднюю длину очереди. Если интенсивность входящего потока станет равной $\lambda = (700 - \delta)/10$ треб./мин., то будет ли выполнено условие стационарности? Если будет, то во сколько раз увеличится средняя длина очереди?

Задание 5. Модели управления запасами

5.1. Сформулируйте задачу оптимального управления запасами.

5.2. Дайте экономическую интерпретацию предельной арендной плате.

5.3. Сделайте вывод о целесообразности аренды дополнительных складских емкостей или о необходимости сокращения объема заказываемой партии товара с учетом имеющихся складских емкостей при сравнении фактической $\alpha\left(\dfrac{\text{руб.}}{\text{кг} \cdot \text{сут.}}\right)$ и предельной $\lambda\left(\dfrac{\text{руб.}}{\text{кг} \cdot \text{сут.}}\right)$ арендной платы за хранение единицы товара в единицу времени.

$$\alpha = \frac{700 - \delta}{4000}, \quad \lambda = \frac{\delta - 400}{4000}.$$

Задание 6. Модели теории игр

6.1. Объясните смысл элементов платежной таблицы и способы выбора стратегий с позиций крайнего пессимизма, крайнего оптимизма и оптимизма-пессимизма.

6.2. Выберите стратегии с позиций крайнего пессимизма, крайнего оптимизма и оптимизма-пессимизма для следующей платежной матрицы:

A \ ε	ε_1	ε_2	ε_3

A_1	$\delta - 490$	$\delta - 480$	$620 - \delta$
A_2	$610 - \delta$	$620 - \delta$	$630 - \delta$
A_3	$\|550 - \delta\| + 10$	$\|560 - \delta\| + 10$	$640 - \delta$

Укажите соответствующие выигрыши.

Задание 7. Эконометрические модели. Выборочный метод

7.1. Дайте понятия генеральной и выборочной совокупностей.

7.2. Определите соотношения между доверительными интервалами:

а) при фиксированных значениях среднеквадратического отклонения σ, надежности P и различных значениях объема выборки:

$$n_1 = 610 - \delta, \qquad n_2 = \delta - 490;$$

б) при фиксированных значениях среднеквадратического отклонения σ, объема выборки n и различных значениях надежности:

$$p_1 = \frac{800 - \delta}{400}, \qquad p_2 = \frac{\delta - 300}{400};$$

в) при фиксированных значениях надежности P, объема выборки n и различных значениях среднеквадратического отклонения:

$$\sigma_1 = \frac{700 - \delta}{100}, \qquad \sigma_2 = \frac{\delta - 400}{100}.$$

Задание 8. Эконометрические модели. Корреляционные методы

8.1. Дайте понятия функциональной и корреляционной зависимостей.

8.2. Дайте определение коэффициента корреляции. Каковы его смысл и свойства?

8.3. Оцените тесноту связи и направление связи между признаками x и y, если известны: b – коэффициент регрессии, σ_x, σ_y – среднеквадратические отклонения признаков x и y.

5. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа студентов подразумевает систематическое изучение в межсессионный период основных тем дисциплины по литературным источникам, представленным в библиографическом списке.

№ п/п	Тема дисциплины	Источники, рекомендуемые для самостоятельной работы
1	Общие принципы экономико-математического моделирования	1–10
2	Производственные функции	1–10
3	Функции покупательского спроса	1–10
4	Межотраслевой баланс	1–10
5	Системы массового обслуживания	1–10
6	Модели управления запасами	1–10
7	Модели теории игр	1–10
8	Эконометрические модели	1–10

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Антонов А. В. Системный анализ: учебник для вузов / А. В. Антонов. – М.: Высш. шк., 2004. – 454 с.
2. Сурмин Ю. П. Теория систем и системный анализ: учебник для вузов / Ю. П. Сурмин. – М.: МАУП, 2003. – 368 с.
3. Бабенко Л.О., Лабскер Л.Г. Игровые методы в управлении экономикой и бизнесом. – М.: Дело, 2001.

Дополнительная литература

4. Исследование операций в экономике: Учебное пособие для вузов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин и др. – М.: Банки и биржи: ЮНИТИ, 1997.
5. Жилин Д. М. Теория систем: опыт построения курса. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 184 с.

6. Спирин А.А., Фомин Г.П. Экономико-математические методы и модели в торговле: Учебное пособие для экономических и товароведных факультетов торговых вузов. – М.: Экономика, 1988.
7. Черняков М.К., Шаланов Н.В. Модельное прогнозирование в экономике. – Новосибирск: СибУПК, 1997.
8. Шаланов Н.В. Математическая экономика. – Новосибирск: НГИ, 2006.
9. Шаланов Н. В. Математические методы и модели в синергетике. – Новосибирск: НГТУ, 2006.
10. Шаланов Н.В. Экономико-математические методы в торговле: Учебное пособие. – Новосибирск: СибУПК, 1998.
11. Эддоуз М., Стенсфилд Р. Методы принятия решений. – М.: Аудит: ЮНИТИ, 1997.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Общие положения 3
2. Содержание дисциплины...4
2.1. Объём дисциплины и виды учебной работы по срокам обучения (ч) 4
2.2. Тематический план...5
2.3. Темы и их краткое содержание..8
3. Методические указания к выполнению контрольной работы..9
5. Задания контрольной работы 34
6. Самостоятельная работа студентов 37
Список рекомендуемой литературы...38

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

Программа, методические указания и задания контрольной и самостоятельной работы

Редактор Л. Н. Старикова

Компьютерная верстка Н. В. Бровкиной

Лицензия ИД № 01102 от 01.03.2000

Подписано в печать 22.12.2009. Формат 60×84/16. Бумага офсетная.
Тираж экз. Печ. л. 2,5. Уч.-изд. л. 2,32. Изд. № 98. Заказ № 804.

Типография Сибирского университета потребительской кооперации.
630087, Новосибирск, пр. К. Маркса, 26.